

La calculatrice symbolique dans l'enseignement des mathématiques

Michel Beaudin, Gilles Picard, Kathleen Pineau
École de technologie supérieure

Depuis la session automne 1999, l'achat d'une calculatrice TI-92 Plus ou TI-89 de Texas Instruments est obligatoire pour tous les étudiants qui entrent au baccalauréat à l'ÉTS. Le fait que ces calculatrices font rapidement et efficacement du calcul symbolique modifie la dynamique d'enseignement de nos cours de mathématiques. Au départ, l'application d'une telle politique à des cohortes complètes (environ 1000 étudiants par année) souleva plusieurs problèmes de ressources matérielles et de ressources humaines. Il a fallu mesurer l'impact de l'utilisation de ces calculatrices et revoir le contenu de nos cours ainsi que nos modes d'évaluation.

Nous présentons un bref historique de notre expérience ainsi que le site Internet, <http://www.seg.etsmtl.ca/ti>, que nous avons développé dans le but d'appuyer les différents acteurs de cette aventure pédagogique, autant enseignants qu'étudiants. De plus, nous présentons les efforts déployés actuellement pour que notre expérience serve à l'ensemble du curriculum de nos futurs ingénieurs.

Depuis leur apparition sur le marché en 1996, les calculatrices symboliques ont eu un impact important sur notre enseignement. Ce type de calculatrice est maintenant obligatoire à l'École de technologie supérieure depuis l'automne 1999. Plus précisément, nous travaillons avec les modèles TI-92 Plus et TI-89 de la compagnie Texas Instruments.

La TI-92 Plus possède une fenêtre d'affichage plus grande que celle de la TI-89 et dispose d'un clavier complet QWERTY. La TI-89 possède les mêmes capacités de base que la TI-92 Plus, mais son format est celui des calculatrices de poche traditionnelles. Même s'il existe maintenant d'autres modèles de calculatrices symboliques, par exemple la HP-49g, la compagnie TI est la seule à avoir occupé ce créneau de 1996 à 2000.

L'installation, pour son utilisation dans une salle de classe, est simple. En plus de la calculatrice, nous utilisons un acétate électronique (*ViewScreen*) qui permet de projeter, via un rétroprojecteur traditionnel, la fenêtre d'affichage de la calculatrice. Le tout s'installe en un tour de main. On peut projeter sur un écran blanc ou sur tout autre surface. Les figures que vous verrez ci-dessous sont des exemples d'images projetées à l'aide de ce système.



Que signifie l'expression « calculatrice symbolique » ?

Nous sommes tous familiers avec le concept usuel de calculatrice : petit bidule électronique permettant de manipuler et de calculer des nombres. Il s'agit d'un outil conçu pour faire du calcul

numérique. En mathématiques et en sciences, nous manipulons également des symboles, des variables, des fonctions, etc. Nous manipulons des expressions algébriques. Si on demande à la TI d'effectuer l'opération $2+3$, comme toutes les calculatrices elle trouvera la réponse 5 (voir la figure 1). La partie gauche de l'écran est réservée à la commande et la partie droite à la réponse.

Puisque la calculatrice est symbolique, on peut lui demander d'évaluer le quotient $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$; le résultat obtenu avec cette commande est $x + 2$.

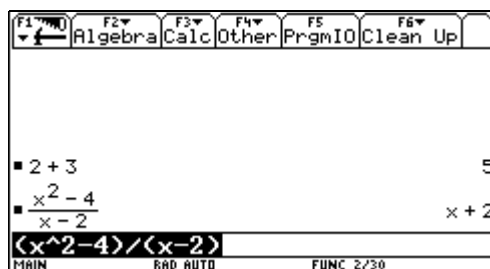


figure 1

La calculatrice a fait ce que tout étudiant a déjà appris à faire en utilisant l'algèbre : elle a factorisé le numérateur avant d'effectuer une simplification.

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x + 2) \cancel{(x - 2)}}{\cancel{(x - 2)}} = x + 2$$

À la figure 2 on retrouve des illustrations de calculs effectués avec certaines commandes du menu « F2 Algebra ».

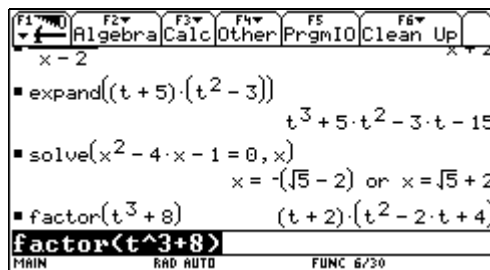


figure 2

Les règles nécessaires pour effectuer de tels calculs algébriques font déjà partie des programmes de la calculatrice symbolique. Les résultats obtenus ne sont pas numériques, mais algébriques. Les deux écrans présentés aux figures 3 et 4 illustrent à nouveau ce qu'est le calcul symbolique. À la figure 3, il s'agit d'opérations du calcul différentiel et intégral et, à la figure 4, d'opérations matricielles et de résolution d'équation. Toutes ces opérations demandent traditionnellement plusieurs étapes de calculs manuels avant d'arriver aux résultats qui ont été obtenus directement par la calculatrice symbolique. Vous remarquerez que la calculatrice utilise une écriture classique pour afficher les opérations ou les expressions mathématiques. On reste donc près des habitudes des étudiants et cela facilite la validation des résultats et des commandes saisies.

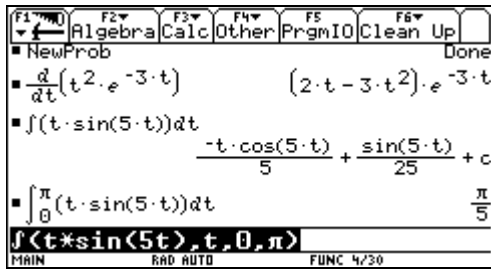


figure 3

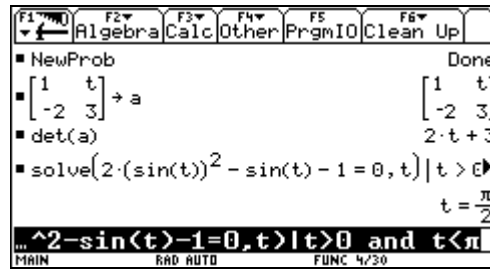


figure 4

La petite histoire...

Depuis le début des années 90, la majorité des enseignants de mathématiques à l'ÉTS ont pris l'habitude d'effectuer certains calculs algébriques à l'aide de logiciels de calcul symbolique sur ordinateur, que ce soit pour mieux illustrer un concept enseigné ou pour explorer un problème qui serait trop lourd à faire manuellement. Évidemment, cela a été possible puisque l'infrastructure et l'équipement approprié étaient disponibles dans les salles de classe à l'ÉTS. Ayant davantage accès aux ordinateurs en classe, les calculatrices symboliques ont pris de plus en plus de place dans notre enseignement.

Nous avons cependant constaté que lorsque l'étudiant demeure passif devant une présentation magistrale, surtout lorsque les lumières sont tamisées, nous perdons son attention. En ayant la calculatrice symbolique sur son bureau, le travail de l'étudiant devient plus exploratoire. Il passe d'un état passif à un état actif puisqu'il doit reproduire sur sa calculatrice les opérations qui lui sont montrées en classe.

Notre collègue Michel Beaudin a commencé en 1996 à explorer l'utilisation de la 1^{ère} calculatrice symbolique, la TI-92. Au fil des sessions, de plus en plus d'étudiants et d'enseignants se sont munis de cet outil. La venue d'une calculatrice ayant de telles capacités de calcul a naturellement provoqué des discussions et stimulé des débats : que doit-on montrer aux étudiants ? que doivent-ils savoir faire manuellement ? Évidemment, les concepts mathématiques sont importants et doivent continuer à être enseignés, mais certaines parties de nature purement algébrique peuvent maintenant être effectuées à l'aide de la calculatrice symbolique. Nous avons vécu de 1997 à 1999 une période de flottement qui était essentielle à notre groupe d'enseignants. Elle a permis à certains de ceux-ci de s'appropriier la technologie qu'est la calculatrice symbolique et, à d'autres d'approfondir l'utilisation d'un logiciel de calcul symbolique sur ordinateur.

Pendant cette période, plus le nombre d'étudiants munis de ce type de calculatrice grandissait, plus on en venait à se questionner sur le contenu de notre enseignement. Certains étudiants pouvaient, avec leur calculatrice, faire en 30 secondes ce que l'on prenait 10 minutes à faire au tableau. Dans nos examens, on en venait à donner la réponse aux problèmes pour ne pas désavantager ceux qui n'avaient pas de calculatrice symbolique. On ne demandait plus, par exemple, de trouver la dérivée de $f(t) = 3t^2\sqrt{t^2+1}$, mais plutôt de montrer que la dérivée de cette fonction est

$f'(t) = \frac{3t(3t^2+2)}{\sqrt{t^2+1}}$. Il est tout de même intéressant de noter que la calculatrice ne donne pas

directement le résultat énoncé, voir la figure 5. L'étudiant doit faire un minimum d'algèbre pour y arriver.

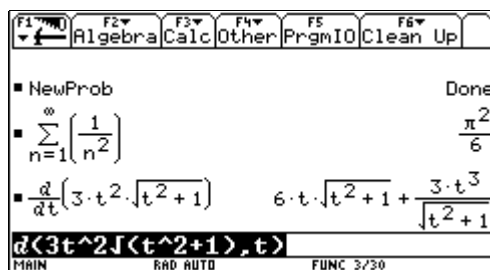


figure 5

On peut bien sûr tenter de ridiculiser ces machines ou ces logiciels et les interdire aux examens. On peut même choisir de faire abstraction de leur existence. Cependant, on ne peut pas empêcher les étudiants de se procurer une technologie s'ils constatent qu'ils peuvent en tirer un avantage important dans le cadre de leurs études.

La calculatrice obligatoire...

À compter de la session AUT-99 et avec l'accord de la direction de l'ÉTS, il a été décidé de rendre l'acquisition d'une calculatrice TI obligatoire pour tous les nouveaux étudiants aux baccalauréats offerts à notre Université. Pour l'année académique 2000-2001, il s'agit de presque 1000 étudiants répartis en 22 groupes. On leur montre, lors de leur premier cours de mathématiques (un cours de calcul différentiel et intégral), à utiliser efficacement leur calculatrice symbolique. Le projet pédagogique auquel on pensait, et auquel on croit encore fermement, consiste à s'assurer que chaque étudiant ait et sache utiliser un outil de calcul moderne et efficace qui le soutiendra tout au long de ses études en génie. On peut vous assurer que pour une majorité d'entre eux, la calculatrice symbolique devient un support intéressant dans tous leurs cours.

Ce passage à l'utilisation obligatoire d'une calculatrice symbolique en première session ne s'est pas fait sans accrochage. Il a fallu s'assurer que tous les enseignants impliqués disposaient du matériel approprié. Malgré les consignes, à l'AUT-99, un enseignant ne s'est pas servi de la calculatrice avec ses étudiants ; il n'a pas redonné ce cours. D'autres enseignants, mal à l'aise avec la technologie, ont préféré s'abstenir de donner le cours de débutants pendant la première année. Il a fallu d'ailleurs aménager la matière de ce cours afin d'éviter le piège qui consiste à ajouter des sujets à traiter sans en retirer d'autres pour leur faire de la place. On a laissé tomber, par exemple, certaines techniques d'intégration afin de montrer aux étudiants comment se servir efficacement de la calculatrice. Nous avons également adapté nos évaluations. Certains tests ou parties de tests se font sans calculatrice tandis qu'on s'attend à ce que l'étudiant sache utiliser sa calculatrice pour la 2^e partie. Cette expérience pédagogique a été et demeure une source très intéressante d'échanges et de collaboration entre les enseignants.

Ces calculatrices ne sont pas des ordinateurs portatifs. Le fait de vouloir un calculateur symbolique sur le bureau de chaque étudiant aurait pu conduire à l'achat obligatoire d'un portable, comme certaines universités l'ont fait ces dernières années. Cette solution a, selon nous, plusieurs inconvénients. D'abord, un argument de taille, le prix. Il en coûterait environ 10 fois plus cher d'équiper les étudiants d'ordinateurs portatifs alors que, de plus en plus, ils possèdent déjà un

ordinateur personnel en arrivant à l'université. Également, il ne faut pas sous-estimer la complexité actuelle de l'installation et de la configuration des micro-ordinateurs modernes. De plus en plus de gens sont impuissants face à cette complexité et doivent avoir accès à un support technique important.

Les calculatrices TI-92 Plus et TI-89 offrent le calcul symbolique dans un environnement standardisé et stable. Ceci signifie qu'on n'aura pas certains problèmes que l'on rencontre sur un ordinateur ; elles ne *planteront* pas si on leur demande d'effectuer $2 + 3$. Malgré le fait que chaque usager puisse y installer de nouveaux programmes, le système de base de ces calculatrices est le même pour tous et on peut y revenir facilement. Ces calculatrices disposent de la technologie FLASH. Ceci signifie que l'on peut faire une mise à jour de leur système d'exploitation et de leur programmation de base. Nous sommes ainsi assurés de bénéficier des améliorations que la compagnie pourra apporter à l'avenir à leurs calculatrices. Incidemment, il est facile de connaître la version du logiciel de mathématique de la calculatrice qui a servi à produire les figures de ce document (via la touche F1, en choisissant l'option About...). Il s'agit de la version 2.03, voir la figure 6. En mai 2001, ils en sont à la version 2.05.

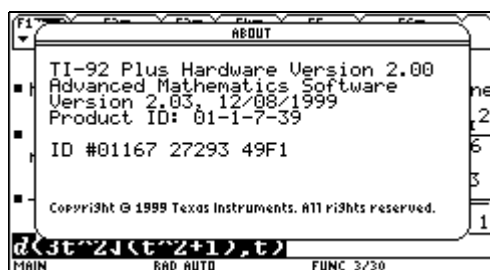


figure 6

Finalement, il faut constater qu'il s'agit d'un outil simple à maîtriser et efficace pour plusieurs des calculs que nos étudiants auront à effectuer. Quand le travail à faire devient plus lourd, on continue à montrer aux étudiants à se rendre travailler dans nos laboratoires avec des ordinateurs. En effet, les calculatrices symboliques ne peuvent rivaliser en vitesse et en puissance avec les ordinateurs modernes.

Le site Internet...

Au printemps 2000, dans le cadre de l'analyse de notre expérimentation, nous avons constaté que les étudiants posaient souvent les mêmes questions. Certains enseignants nous ont aussi demandé de leur suggérer une lecture ou une présentation rapide du fonctionnement de ces calculatrices. Il est fascinant de voir à quel point certains utilisateurs ne veulent pas lire les livres de référence qui viennent avec les calculatrices. Il faut dire que ces documents sont souvent rébarbatifs et volumineux. De plus, on a constaté qu'il y avait peu de références en français sur Internet en soutien à l'utilisation des calculatrices symboliques. Pour répondre à toutes ces questions et combler ces besoins, nous avons créé, dans le cadre d'un projet de soutien institutionnel à la recherche et à l'enseignement, un site Internet. Ce site a été conçu comme un centre de dépannage pour les usagers des calculatrices TI-92 Plus et TI-89 de l'ÉTS et de la communauté francophone en générale. La page d'accueil de notre site Internet <http://www.seg.etsmtl.ca/ti/> est reproduite à la figure 7.

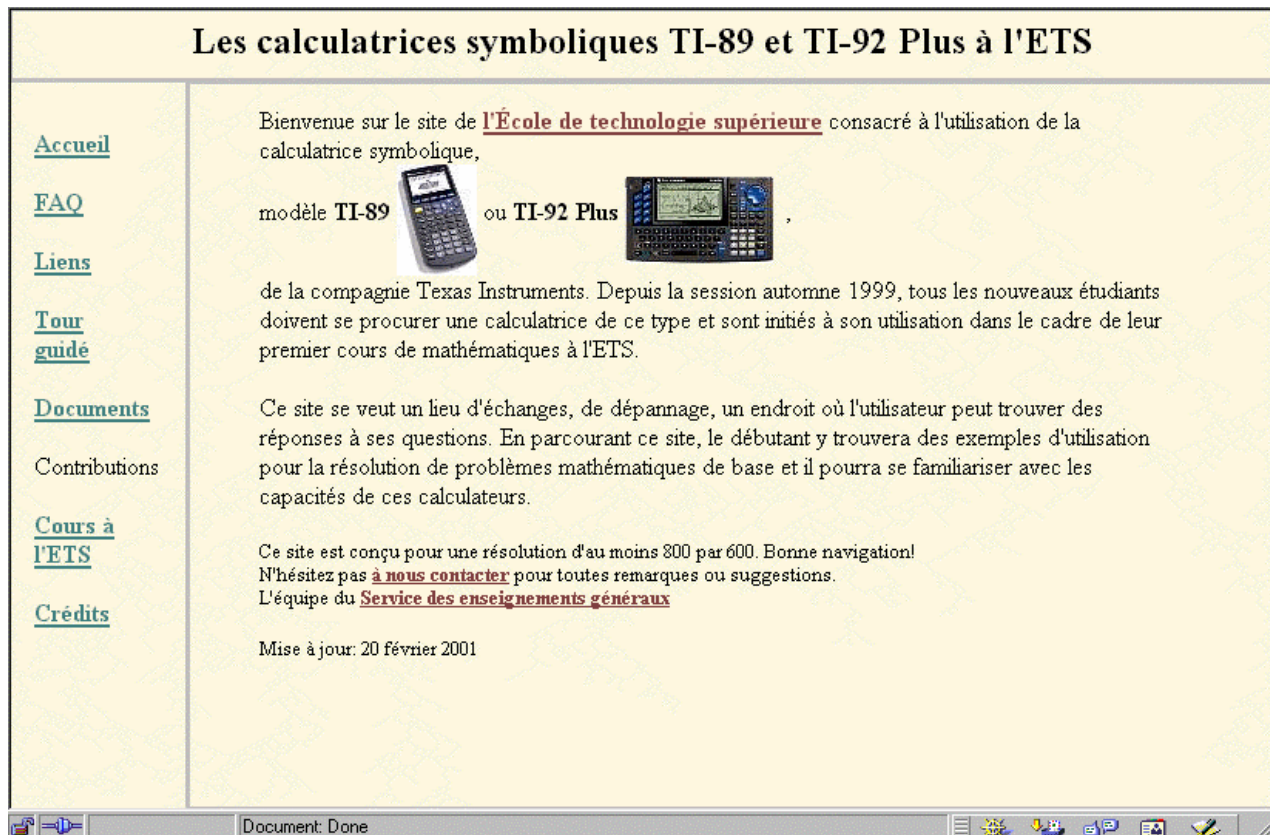


figure 7

En naviguant sur ce site, vous constaterez que les éléments de la « **FAQ** : foire aux questions » répondent, de façon succincte, à des questions d'ordre général ou d'ordre mathématique. On y explique, par exemple, à la question « J'allume la calculatrice et je ne vois rien, pourquoi? » qu'avant de changer les piles, vous devriez vérifier si un ajustement du contraste de l'affichage ne réglerait pas le problème. La section « **Liens** », comme on peut s'y attendre, pointe vers d'autres sites qui pourraient intéresser les utilisateurs de ces calculatrices.

La section « **Tour guidé** » a été conçue pour permettre à ceux qui ne connaissent pas ces modèles de calculatrices d'y trouver tous les renseignements de base. On voulait également qu'une personne qui vient de se procurer une calculatrice puisse y trouver un guide d'emploi rapide, ainsi qu'une illustration de ses capacités, le tout à l'aide d'une série d'exemples allant de la somme de deux nombres à l'intégrale impropre.

La section « **Documents** » a été développée autour du thème « Comment fait-on pour... ». On y a placé des documents détaillés sur des sujets mathématiques de base. Ces documents ont été conçus pour répondre aux besoins spécifiques des étudiants de l'ÉTS. Le choix des sujets abordés a été dicté en partie par les questions posées aux auteurs par les utilisateurs de la calculatrice. On remarque que ces documents sont sous format HTML et que les exemples mathématiques, abondamment illustrés, sont puisés dans le contenu de certains cours donnés à l'ÉTS. On y fait donc le lien avec des sujets vus en classe et on y illustre comment la calculatrice permet d'aller plus loin que l'approche traditionnelle papier-crayon.

La section « **Cours à l'ÉTS** » est destinée à rendre public et disponible à tous, des fichiers téléchargeables sur la calculatrice. Ces fichiers nous permettent d'ajouter sur une calculatrice des programmes, des procédures ou des menus propres à une utilisation dans un cours précis. Si on regarde, par exemple, le lien ELE105, qui est un cours d'analyse de circuits du département de génie électrique, on voit un document PDF décrivant la syntaxe des fonctions et des procédures créées ainsi qu'un lien vers le code propre à chacun des modèles de calculatrice. Après l'installation d'un tel fichier, l'utilisateur a accès à un menu contenant les procédures appropriées. Le menu ELE-105 est présenté à la figure 8 tandis qu'à la figure 9, on voit une commande particulière qui permet de calculer une transformée de Laplace inverse.

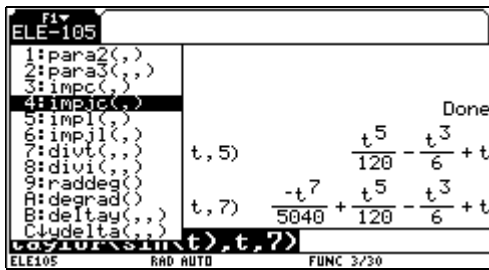


figure 8

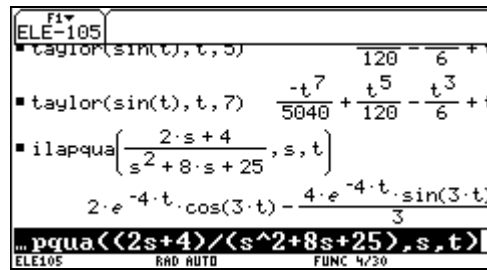


figure 9

Nous avons, dans le cadre du même projet, rencontré des professeurs des différents départements de génie de l'École pour leur présenter la calculatrice. Nous avons fait valoir qu'il serait intéressant qu'ils connaissent ses capacités algébriques pour qu'ils puissent adapter leur enseignement au fait que tous leurs étudiants ont maintenant en main cet outil de calcul performant. Il est intéressant de noter que cette expérience a permis de développer plus de liens entre les professeurs des départements et les enseignants des cours du tronc commun.

Conclusion

Il faut souligner que toutes ces technologies, on peut ajouter ici le développement de sites Internet, ont ajouté beaucoup de pression sur le dos des enseignants. Il ne faut pas sous-estimer le temps nécessaire pour qu'un enseignant apprenne et s'approprie une technologie. L'accès à ces technologies et des salles de classe bien équipées ont permis, ici à l'ÉTS, de faire des expériences enrichissantes comme celles décrites dans cet article.

Il reste encore beaucoup de travail à accomplir et beaucoup de discussions à venir. Même entre nous, il existe des différences d'opinions, mais de ces discussions, de ce brassage d'idées, de l'exploration des technologies nouvelles, il ressort, on l'espère, un enseignement dynamique et motivant pour nos étudiants.