Examen intra de pratique

**AVERTISSEMENT**: *cet examen vous est fourni à titre d'exemple. Il est possible que certains sujets traités ici ne le soient pas dans l'examen que vous aurez. À l'inverse, certains sujets non traités ici pourraient se retrouver dans votre examen. Celui que vous aurez pourra être plus court ou plus long, plus facile ou plus difficile. Donnez des solutions détaillées et indiquez à quels endroits vous utilisez votre TI.*

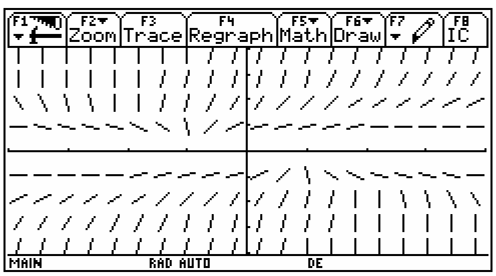
---

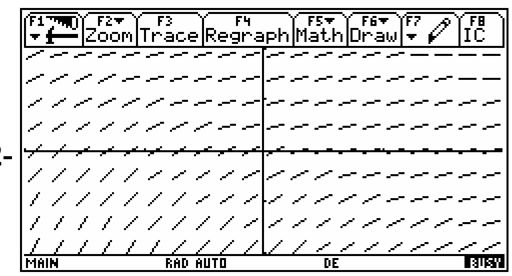
1-(10) Résolvez manuellement l'équation suivante : (je veux une solution explicite, y = ......) . Obtenez-vous la même forme de réponse lorsque vous faites résoudre l'équation par la TI?

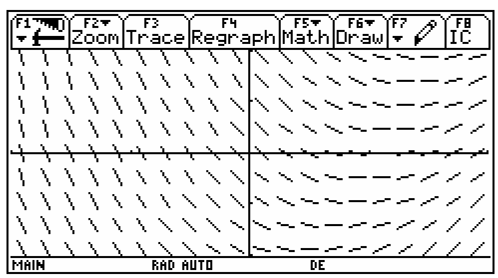
$$\frac{dy}{dx} - xy = 3x$$

2-(10) Associer les 3 équations différentielles suivantes avec le bon champ de direction. (les deux variables sont affichées pour des valeurs allant de -4 à +4 )

a) $\frac{dx}{dt} = \frac{x^3}{t+x}$  b) $\frac{dy}{dx} = x - \sqrt{5+y}$  c) $\frac{dy}{dx} = e^{\frac{-(x+y)}{5}}$

1-



2-



3-



3-(10) Résolvez manuellement les équations suivantes :

a) $\frac{dx}{dt} + \frac{x}{t} - (t+1)x^3 = 0$  b) $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4}{t}$ avec $x(1) = 5$ et $x'(1) = 2$

4-(10) Un objet de 5kg est lancé vers le haut avec une vitesse initiale de 20m/s. On considère que la résistance de l'air vaut 5 fois la vitesse de l'objet. (pour simplifier les calculs, utilisez g $= 10 m/s^2$ )

a) Posez une équation différentielle et résolvez-la pour déterminer la vitesse et la hauteur de l'objet en fonction du temps.
b) Quel est le plus haut point atteint (à 1cm près) ? Combien de temps notre objet prend-il pour y parvenir ?
c) Quelle distance l'objet a-t-il parcourue après 2 secondes ?

Examen intra de pratique

5-(10) À l'aide de votre calculatrice et de la méthode d'Euler, esquissez le graphe de la solution de $\frac{dx}{dt} = x + t - xt$ si on a les conditions initiales : $x(0) = -1$ et $x(0) = 2$.

(tracez les deux courbes sur le même graphe, donnez la valeur de « tstep » que vous utilisez ainsi que l'étendue de chaque variable)

6-(10) Un circuit électrique est formé d'une résistance, R = $10\,\Omega$, branchée en série avec une bobine avec L = 0,01H, et une source V = 180 $e^{-100t}$ volts. On suppose que $i(0) = 0$.

a) Posez l'équation différentielle de ce circuit.
b) Résolvez l'équation avec votre TI. Quel sera le courant maximal qui circulera dans ce circuit ?

7-(10) Résolvez par la <u>méthode de variation des paramètres</u> :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - 5y = 4x - 3e^{-5x}$$

8-(5) Est-ce que $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ est solution de l'équation $(y')^2 + xy' = y$ ?

9-(10) Soit l'équation $\frac{dx}{dt} = x + t - xt$ avec $x(0) = 2$. Utilisez les itérations de Picard pour trouver, à partir de l'estimé initial $x_0 = 2$, les estimés $x_1$ et $x_2$.

10-(10) Résolvez par la <u>méthode des coefficients indéterminés</u> :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - 5y = 4x - 3e^{-5x} \quad \text{avec} \quad y(0) = 0 \quad \text{et} \quad y'(0) = 0$$

11-(5) Dans l'équation suivante, pour quel(s) point(s) $(x_0, y_0)$ pourrait-il ne pas y avoir une solution unique selon le théorème d'existence et d'unicité? :

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{x^2 - y}$$

12-(10) Donnez la solution complémentaire et le bon candidat à utiliser pour trouver la solution particulière par la méthode des coefficients indéterminés. <u>Ne pas résoudre ou déterminer les coefficients</u> !!!

a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 6\frac{dx}{dt} + 25x = 2\sin^2(4t) - 3(t-1)$

b) $\frac{d^3y}{dx^3} - 4\frac{dy}{dx} = x^2 - 4xe^{2x} + 17x\cos(x)$