

**Dérivation (linéarité, règles du produit, du quotient et des fonctions composées)**

Si  $c$  et  $d$  sont des constantes, si  $u$  et  $v$  sont des fonctions de la variable  $x$ , alors

1.  $(cu + dv)' = cu' + dv'$

3.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

2.  $(uv)' = u'v + uv'$

4.  $(v(u(x)))' = v'(u(x)) u'(x)$

La règle 4 s'écrit aussi sous la forme  $\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{du} \frac{du}{dx}$ . Pour une équation implicite  $f(x, y) = 0$ , on pourra utiliser la formule qui fait appel à des dérivées partielles :  $\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial f/\partial x}{\partial f/\partial y}$ . Ou bien dériver par rapport à  $x$  en n'oubliant pas que  $y$  dépend de  $x$ .

**Formules de dérivation**

Si  $u$  est une fonction de  $x$ , si  $c$  et  $a$  sont des constantes, alors les dérivées par rapport à  $x$  sont données par les formules suivantes. La dérivée d'une constante est évidemment 0 puisque la dérivée donne la pente de la droite tangente à la courbe :  $c' = 0$ .

1.  $(u^n)' = nu^{n-1} u' \Rightarrow (x^n)' = nx^{n-1}$

5.  $(\cos(u))' = -\sin(u) u' \Rightarrow (\cos(ax))' = -a \sin(ax)$

2.  $(e^u)' = e^u u' \Rightarrow (e^{ax})' = ae^{ax}$

6.  $(\tan(u))' = \sec^2(u) u' \Rightarrow (\tan(ax))' = a \sec^2(ax)$

3.  $(\ln(u))' = \frac{u'}{u} \Rightarrow (\ln(ax))' = \frac{1}{x}$

7.  $(\arcsin(u))' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \Rightarrow (\arcsin(ax))' = \frac{a}{\sqrt{1-a^2x^2}}$

4.  $(\sin(u))' = \cos(u) u' \Rightarrow (\sin(ax))' = a \cos(ax)$

8.  $(\arctan(u))' = \frac{u'}{1+u^2} \Rightarrow (\arctan(ax))' = \frac{a}{1+a^2x^2}$

**Intégration (linéarité, intégration par parties, Théorème Fondamental du Calcul)**

Dans ce qui suit,  $f$  et  $g$  désignent des fonctions,  $F$  désigne une primitive de  $f$  (donc  $F' = f$ ). Les lettres  $u$  et  $x$  désignent des variables tandis que  $a, b, k$  et  $C$  désignent des constantes.

1.  $\int k f(u) du = k \int f(u) du$

3.  $\int f(u) g'(u) du = f(u) g(u) - \int f'(u) g(u) du$

2.  $\int (f(u) \pm g(u)) du = \int f(u) du \pm \int g(u) du$

4.  $\int_a^b f(u) du = F(b) - F(a)$  (TFC)

**Formules d'intégration**

1.  $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$  ( $n \neq -1$ )  $\Rightarrow \int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$  ( $n \neq -1$ )

2.  $\int \frac{1}{u} du = \ln(u) + C \Rightarrow \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln(ax+b) + C$

3.  $\int e^u du = e^u + C \Rightarrow \int e^{ax+b} dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + C$

4.  $\int \sin(u) du = -\cos(u) + C \Rightarrow \int \sin(ax+b) dx = \frac{-\cos(ax+b)}{a} + C$

5.  $\int \cos(u) du = \sin(u) + C \Rightarrow \int \cos(ax+b) dx = \frac{\sin(ax+b)}{a} + C$

6.  $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{u}{a}\right) + C$

7.  $\int \frac{1}{a^2-u^2} du = \frac{1}{a} \operatorname{arctanh}\left(\frac{u}{a}\right) + C = \frac{1}{2a} \ln\left(\frac{a+u}{a-u}\right) + C$