On plonge **une équation différentielle d'ordre 2 dans un système d'équations différentielles d'ordre 1** de la façon suivante.

Soit l'équation différentielle

$$P(x)y''+Q(x)y'+R(x)y=F(x), \text{ avec } y(x_0)=a \text{ et } y'(x_0)=b$$

On pose $y=y1$ et $y'=y2$; donc $y1(x_0)=a$ et $y2(x_0)=b$

Remarques : on a que $y1'=y2$

et en dérivant $y'=y2$, on obtient $y''=y2'$.

Tout ça nous donne que $y1'=y2$

et l'équation différentielle devient $P(x)y2'+Q(x)y2+R(x)y1=F(x)$.

Nous avons donc modifié <u>une</u> équation différentielle d'ordre 2 pour avoir un système de <u>deux équations différentielles d'ordre 1</u>.
Il ne reste qu'à résoudre ce système d'équations.

Note :— On pourrait aussi plonger une équation différentielle d'ordre 3 dans un système de 3 équations différentielles d'ordre 1 en posant $y=y1$, $y'=y2$ et $y''=y3$. Tant qu'à y être on pourrait plonger une équation différentielle d'ordre n dans un système de n équations différentielles d'ordre 1.

Utiliser la TI et la méthode de Runge-Kutta

On isole $y2'$ dans notre deuxième équation : $y2'=\dfrac{F(x)-R(x)y1-Q(x)y2}{P(x)}$.

Ouvrons une page « application Graphiques »

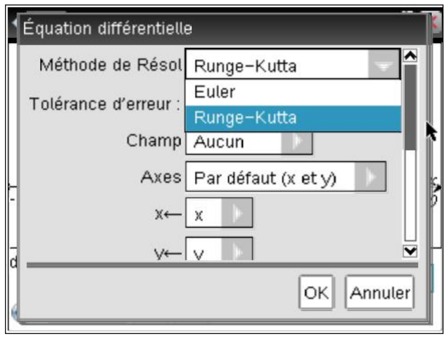
Dans $\boxed{\text{menu}}$, on sélectionne $\boxed{3}$: Type de graphique ; on choisit $\boxed{6}$: Éq. diff

Entrons les fonctions :

$y1'=$	$y2$
$(x_0, y1_0)$	(x_0, a)
$y2'=$	$\dfrac{F(x)-R(x)y1-Q(x)\cdot y2}{P(x)}$
$(x_0, y2_0)$	(x_0, b)
	Ici, la valeur de x_0 est déjà écrite. On ne peut pas la

changer; ça doit absolument être la même valeur que ce qui a été donné pour $y1$.

Appuyons sur [tab] pour avoir accès à [...], [enter]. Nous obtenons cette fenêtre :



Il faut choisir Runge-Kutta comme méthode de résolution, aucun champ de pente, tolérance d'erreur 0,001. [enter].

Note :— La variable indépendante <u>doit</u> impérativement être x. Si l'équation différentielle a une autre variable indépendante, disons t, il <u>faut</u> changer les t en x.

Pour avoir les valeurs de y, donc $y1$, on construit une table de valeurs en commandant [ctrl] [T].

Prenons un exemple. $\left(x^2+5x\right)\dfrac{d^2y}{dx^2}-3x\dfrac{dy}{dx}+(x+1)y=2x+1,\ y(1)=0,\ y'(1)=-2$.

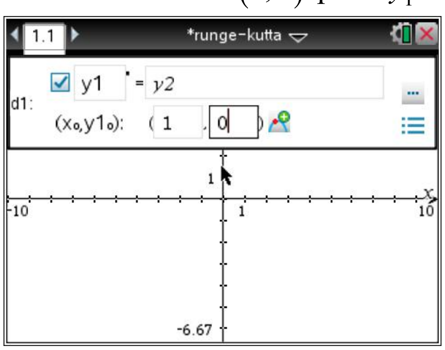
Que vaut $y(2)$?

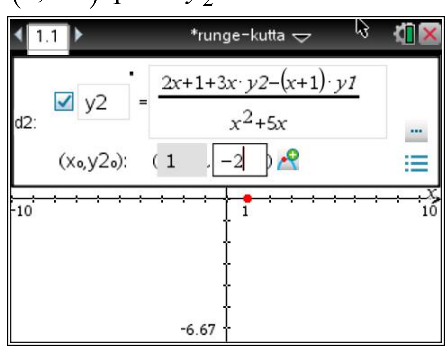
Commençons par écrire cette équation différentielle avec $y=y1$ et $y'=y2$:

$\left(x^2+5t\right)y2'-3x\,y2+(x+1)y1=2x+1$

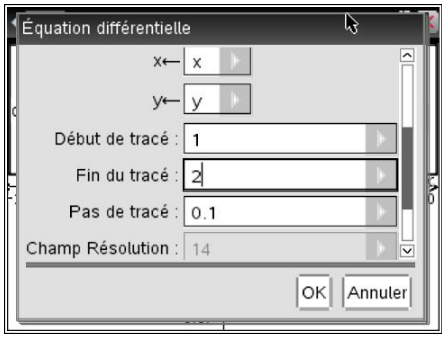
Nous n'avons plus qu'à isoler $y2'$ pour entrer dans la TI : $y2'=\dfrac{2x+1+3x\,y2-(x+1)y1}{x^2+5x}$

avec les conditions initiales $(1,0)$ pour y_1 et $(1,-2)$ pour y_2 :



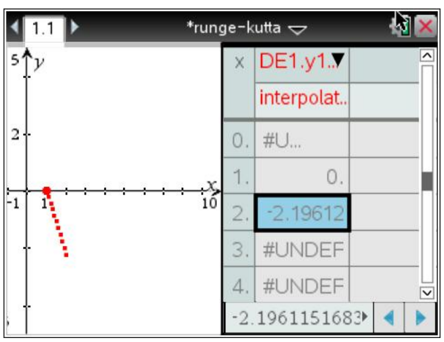


Maintenant c'est important de configurer les paramètres adéquatement. Puisque la tolérance d'erreur est importante dans la méthode, c'est primordial de donner le vrai intervalle qui nous intéresse : la valeur initiale pour x est 1 et on cherche $y(2)$, donc la valeur finale de x est 2; notre intervalle va donc de 1 à 2. Ce sont les valeurs que nous allons entrer sur les lignes Début de tracé et Fin de tracé, en retournant dans les paramètres du graphique [...] :



Maintenant que les paramètres sont ajustés, ctrl T pour avoir la table.

Puis à droite, nous avons séparé les pages : doc▾ 5 Format de page, 8 Dégrouper, pour séparer les pages.
nous avons aussi redimensionné les colonnes : menu 1 Action, 1 Redimensionner, 1 Largeur des colonnes,
puis nous avons ajusté les paramètres de la table : menu 2 Table des valeurs, 5 Éditer les réglages de la table, pour voir quelques valeurs intermédiaires.



Nous pouvons finalement lire la valeur de $y(2) \approx -2{,}196\,115$.

Remarquons que nous aurions pu lire cette valeur dans l'écran de gauche, avant de « fignoler »...

Chantal Trottier
novembre 2011