A.2 Règles et formules de dérivation et d'intégration

Quoique vous puissiez utiliser votre calculatrice pour effectuer le calcul de dérivées et d'intégrales, il nous semble important que vous connaissiez les formules et règles les plus élémentaires, que l'on utilise couramment.

Règles de dérivation

Si c est une constante, u et v des fonctions et x la variable indépendante, alors

1. $(c\,u)' = c\,u'$
2. $(u+v)' = u' + v'$
3. $(u-v)' = u' - v'$
4. $(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$
5. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$
6. $\Big(u\big(v(x)\big)\Big)' = u'\big(v(x)\big)\,v'(x)$

Formules de dérivation

Si u est une fonction de x, et si c et a sont des constantes alors les dérivées par rapport à x sont données par les formules suivantes.

1. $c' = 0$
2. $(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad\Rightarrow\quad (x^n)' = n\,x^{n-1}$
3. $(e^u)' = e^u\,u' \quad\Rightarrow\quad (e^{a\,x})' = a\,e^{a\,x}$
4. $(\ln(u))' = \dfrac{1}{u}\,u' \quad\Rightarrow\quad (\ln(a\,x))' = \dfrac{1}{x}$
5. $(\sin(u))' = \cos(u)\,u' \quad\Rightarrow\quad (\sin(a\,x))' = a\cos(a\,x)$
6. $(\cos(u))' = -\sin(u)\,u' \quad\Rightarrow\quad (\cos(a\,x))' = -a\sin(a\,x)$
7. $(\tan(u))' = \sec^2(u)\,u' \quad\Rightarrow\quad (\tan(a\,x))' = a\sec^2(a\,x)$
8. $(\arctan(u))' = \dfrac{1}{1+u^2}\,u' \quad\Rightarrow\quad (\arctan(a\,x))' = \dfrac{a}{1+a^2x^2}$

Dans la section ci-dessous, f et g désignent des fonctions, u et x sont des variables, et a, b, k et C des constantes.

Règles d'intégration

1. $\displaystyle\int k\,f(u)\,du = k\int f(u)\,du$
2. $\displaystyle\int \big(f(u) \pm g(u)\big)\,du = \int f(u)\,du \pm \int g(u)\,du$

Formules d'intégration

1. $\displaystyle\int u^n\,du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{où } n \neq -1$
2. $\displaystyle\int \frac{1}{u}\,du = \ln\Big(\big|u\big|\Big) + C \quad\Rightarrow\quad \int \frac{1}{a\,x+b}\,dx = \frac{1}{a}\ln\Big(\big|a\,x+b\big|\Big) + C$
3. $\displaystyle\int e^u\,du = e^u + C \quad\Rightarrow\quad \int e^{a\,x}\,dx = \frac{e^{a\,x}}{a} + C$
4. $\displaystyle\int \sin(u)\,du = -\cos(u) + C \quad\Rightarrow\quad \int \sin(a\,x)\,dx = \frac{-\cos(a\,x)}{a} + C$
5. $\displaystyle\int \cos(u)\,du = \sin(u) + C \quad\Rightarrow\quad \int \cos(a\,x)\,dx = \frac{\sin(a\,x)}{a} + C$
6. $\displaystyle\int \frac{1}{u^2+a^2}\,du = \frac{1}{a}\arctan\left(\frac{u}{a}\right) + C$

Remarque : si on travaillait avec le référentiel des nombres complexes ($\mathbb{C}$), au lieu des nombres réels ($\mathbb{R}$), les valeurs absolues ne seraient plus nécessaires dans la formule 2.