

Vous devez faire ce devoir **avec les équipes déjà formées (voir SIGNETS ou Moodle)**.

Vous remettrez une copie PDF par équipe, via Moodle, au plus tard à 9h00 AM le 28 janvier 2026.

Lisez bien les consignes dans l'onglet «Devoirs et tests» de votre site Moodle de cours.

Le graphe demandé au numéro 1 doit être **produit et imprimé (PDF) avec le logiciel Nspire**.

Résoudre manuellement une équation différentielle signifie utiliser les techniques vues dans ce cours, sans utiliser la commande deSolve. Vous pouvez évidemment, comme on l'a fait au cours, utiliser votre calculatrice Nspire pour effectuer différents calculs, incluant, entre autres, le calcul des dérivées et des intégrales, des simplifications algébriques, la résolution d'équations et de systèmes d'équations etc. Vous devez indiquer quelles opérations sont faites avec la calculatrice et les résultats obtenus.

1- (20 points) Soit l'équation différentielle $\frac{dy}{dx} + 2e^{-(x^2+2y)} = 2\sin(xy+1)$

- Produisez un champ de pentes pour cette équation en ajoutant les courbes solutions pour les conditions initiales suivantes : $y(0)=1$, $y(0)=2$ et $y(0)=3$
 - la fenêtre graphique doit être tracée pour x allant de -3 à 3 et y allant de -2 à 5
 - les courbes solutions doivent être faites avec la méthode d'Euler et un pas de tracé de 0.01
 - utilisez une valeur de 30 pour le paramètre « Champ Résolution »
- On cherche à estimer la valeur de $y(2)$ en considérant uniquement la condition initiale $y(0)=2$. Si vous utilisez la méthode d'Euler avec 10 étapes, quel sera l'estimé cherché? Indiquez seulement la réponse obtenue **avec les options modifiées dans la fenêtre graphique** de Nspire.
- Combien d'étapes de la méthode d'Euler sont nécessaires pour estimer cette valeur de $y(2)$ avec 3 bonnes décimales? Partez de votre réponse précédente et doublez le nombre d'étapes pour apprécier la précision de la réponse obtenue en b). Continuez à doubler le nombre d'étapes jusqu'à $n = 640$. Quelle est la vraie valeur de $y(2)$, arrondie à 3 décimales. Indiquez les différentes valeurs de n et les estimés correspondants et les options modifiées dans Nspire pour les trouver.

2- (20 points) Soit l'équation différentielle $\frac{d^2x}{dt^2} - 4t = 2te^{-3t}$

- Résolvez **manuellement** cette équation pour trouver sa solution générale.
- Utilisez la commande deSolve de Nspire pour obtenir aussi la solution générale. Donnez la syntaxe de la commande utilisée. Obtenez-vous la même réponse qu'en a)? Si non, montrez que les 2 solutions sont équivalentes.
- Utilisez les conditions initiales suivantes, $x(0)=1$ et $x'(0)=3$, pour trouver la solution particulière de cette équation différentielle. Donnez le détail des calculs faits pour déterminer la valeur des 2 constantes (je veux voir le système d'équations à résoudre en fonction de C_1 et de C_2).

3- (20 points) Résolvez **manuellement** les équations différentielles suivantes.

- $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^3y}{x^4+9}$ avec $y(0)=4$ On veut une solution explicite.
- $\frac{dy}{dx} = (y-2x+1)^2 - 7$ On veut une solution explicite.

Indice : un changement de variable approprié peut aider.

4- (25 points) Résolvez **manuellement** l'équation différentielle suivante avec deux des 4 méthodes que nous avons vues au chapitre 2 (séparable, linéaire, homogène et Bernoulli). Vous devez évidemment obtenir la même réponse les deux fois (ou montrer qu'elles sont équivalentes)

$$(4x^4 - y^4)dx - 2xy^3dy = 0 \quad \text{avec } y(1) = -2$$